

11-12. osztály

Beadási határidő: 2016. november 8.

1. Hárman kártyáztak. A játék előtt pénzük aránya $4 : 5 : 6$, a játék után ugyanolyan sorrendben $5 : 6 : 7$, s a kártyázás során csak egymástól nyerhettek. Egyikük 12 tallért nyert. Hány tallérral ült le játszani egy-egy játékos?
2. Az 52 941 számjegyeit leírjuk az összes lehetséges sorrendben.
 - a. Az 52 941 számmal együtt hány ötjegyű számot kapunk?
 - b. Ezen számok közül hány osztható 12-vel?
 - c. Bizonyítsd be, hogy e számok egyike sem négyzetszám!
3. Oldd meg a következő egyenletrendszert a valós számok halmazán!
$$\left. \begin{array}{l} \log_5 x + \log_5 y = 1 \\ 2^x - 4 \cdot 8^y = 0 \end{array} \right\}$$
4. Határozd meg azokat az a és b egész számokat, melyekre teljesül, hogy $a + b + 20 = ab$, és az a , b , 21 egység hosszúságú szakaszokból háromszög szerkeszthető!
5. Bizonyítsd be, hogy ha $\overline{aabc} - \overline{aab} = 2016$, akkor $b^a = c$ vagy $b - 2a = c$.